

# Optimización de la explotación hidroeléctrica en el corto plazo bajo incertidumbre del precio marginal

Javier García-González, Ernesto Parrilla,  
Alicia Mateo y Rocío Moraga

26 de Abril de 2005

## Contenido

---

- Introducción
- Hipótesis
- Planteamiento general
- Formulación matemática
- Criterio de aversión al riesgo
- Resumen modelo IOHMM para generar escenarios de precios
- Procedimiento heurístico de construcción de la curva de oferta
- Caso ejemplo
- Conclusiones

## Introducción

- Se presenta un modelo de optimización de corto plazo que permite determinar la explotación horaria de un conjunto de centrales hidráulicas pertenecientes a la misma cuenca en un entorno de mercado.
- Es un prototipo académico.
- Especialmente apropiado para sistemas donde se requieren ofertas individuales para cada central hidráulica, aunque sirve también en caso de *portfolio*.
- Formulación de un problema de optimización bajo incertidumbre donde en la función objetivo se maximiza el beneficio esperado.

¿Puede protegerse la empresa ante escenarios con poca probabilidad de ocurrencia pero donde el margen sea muy bajo?

En este trabajo se introduce un criterio de aversión al riesgo en el modelo de explotación (*Conditional Value at Risk*)



## Hipótesis

- Se supone que el *pool* está organizado de forma similar al caso español, es decir, un mercado diario donde los agentes tienen que enviar sus ofertas horarias el día D, que cubran las 24 horas del día siguiente (D+1).
- Se supone que la empresa generadora es tomadora de precio,
- La incertidumbre se restringe a los precios marginales horarios de las 24 horas del día D+1.
- No se considera la dependencia con el salto.

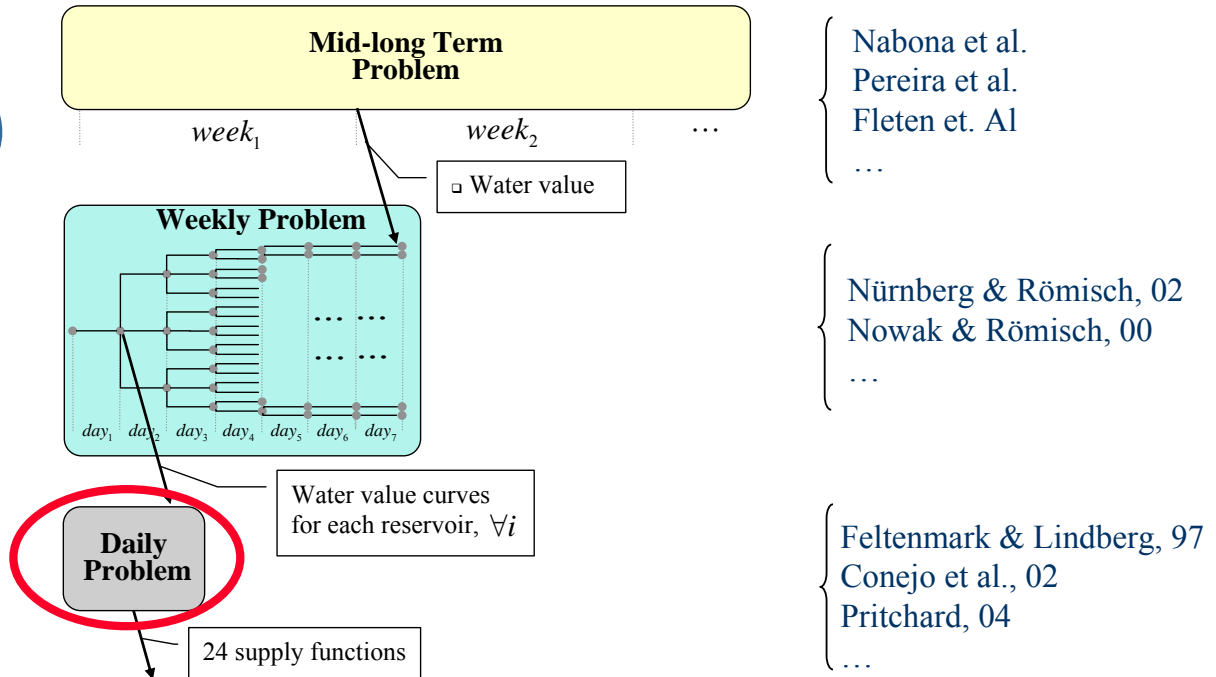
(sí en García-González et. al, 06)

- Para la construcción de la curva de oferta, se supone que para cada embalse existe una curva de valor de agua.



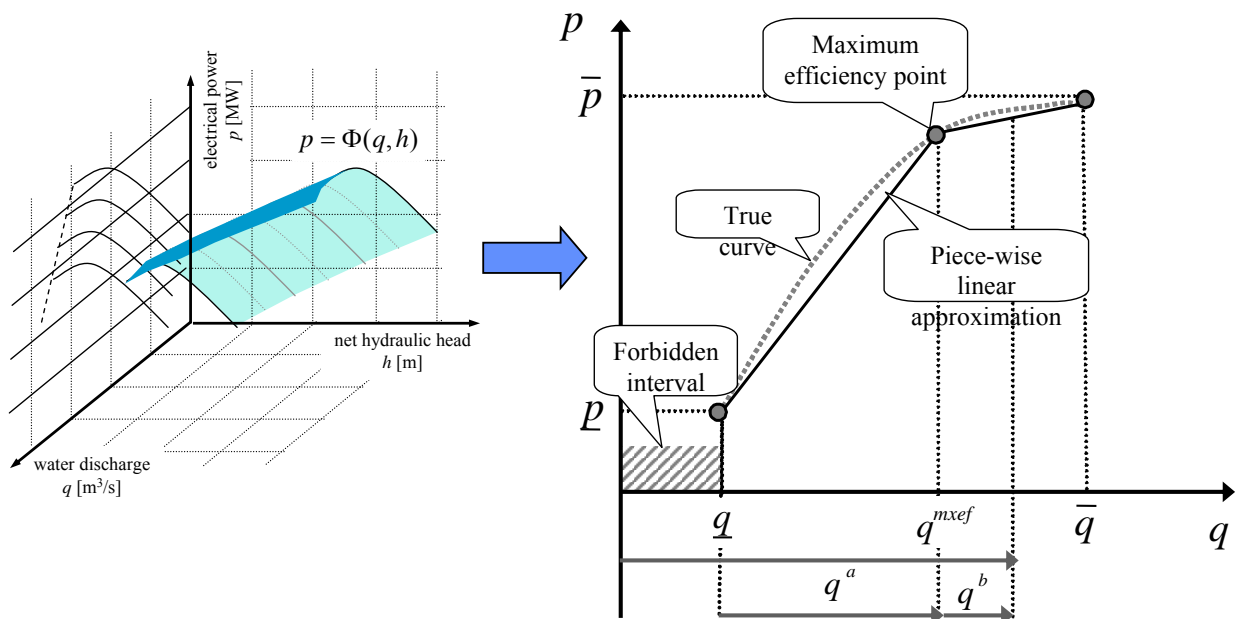
# Planteamiento general

- El problema diario en el contexto de una jerarquía temporal:



# Curva característica

- En esta versión del modelo no se considera la dependencia con el salto por tratarse de 24 horas.



# Formulación matemática (1)

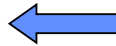
- Restricciones técnicas

$$v_{ik} = v_{i(k-1)} + w_{ik} - (q_{ik} + s_{ik}) + \sum_{j \in \Omega_i} (q_{jk} + s_{jk})$$

← Balance

$$\underline{v}_i \leq v_{ik} \leq \bar{v}_i$$

$$v_{ik} = v_i^f$$



Se fija el volumen al final del día  
(se podría modelar como una penalización)

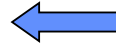
$$\underline{\theta}_{ik} \leq q_{ik} + s_{ik} \leq \bar{\theta}_{ik}$$

$$q_{ik} = u_{ik} \cdot \underline{q}_{ik} + q_{ik}^a + q_{ik}^b$$

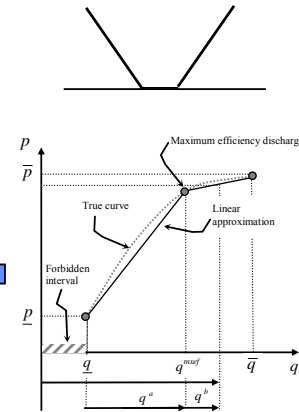
$$q_{ik}^a \leq u_{ik} \cdot (q_{ik}^{maxef} - \underline{q}_{ik})$$

$$q_{ik}^b \leq u_{ik} \cdot (\bar{q}_{ik} - q_{ik}^{maxef})$$

$$p_{ik} = u_{ik} \cdot \underline{p}_{ik} + q_{ik}^a \cdot m_i^a + q_{ik}^b \cdot m_i^b$$



$$y_{ik} + u_{ik-1} - u_{ik} - z_{ik} = 0$$



# Formulación matemática (2)

- Función objetivo

$$\text{Maximize: } \overbrace{\sum_{n=1}^N \rho_n \cdot B_n}^{\text{expected profit}}$$

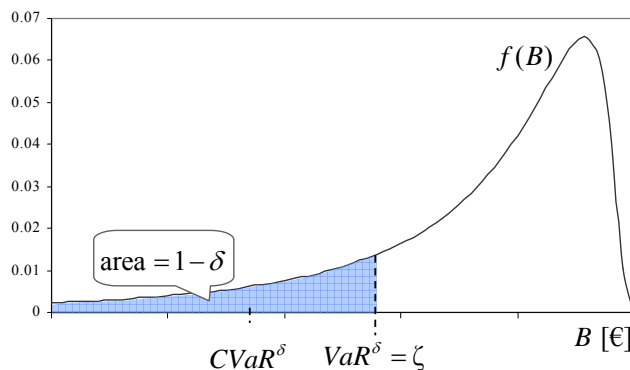
donde  $\rho_n$  es la probabilidad, y  $B_n$  el beneficio en el escenario  $n$ :

$$B_n = \overbrace{\pi_{kn} \cdot \sum_{i=1}^I (p_{ik})}^{\text{daily incomes in scenario } n} - \overbrace{\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (c_i \cdot y_{ik})}^{\text{start-up costs}}$$

Nilsson & Sjelvgren, 97

## Gestión de riesgo: CVaR

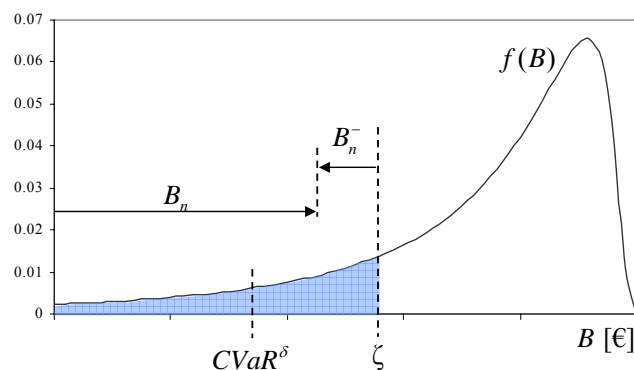
- El CVaR (Conditional Value at Risk) fue introducido en el sector financiero por Rockafellar y Uryasev en 1999, y se ha aplicado posteriormente a los mercados energéticos (Unger, 02), (Cabero et. al, 05).
- Normalmente, se utiliza en términos de pérdidas. En este caso, se utiliza en términos de beneficios (se maximiza)
- Suponiendo que  $\xi$  representa el VaR (Value at Risk), el CVaR se define como:  $CVaR^\delta(B) = E(B | B < \zeta)$



$$CVaR^\delta(B) = \frac{\sum_{n \in N | B_n < \zeta} \rho_n \cdot B_n}{\sum_{n \in N | B_n < \zeta} \rho_n} = \frac{\sum_{n \in N | B_n < \zeta} \rho_n \cdot B_n}{1 - \delta}$$

## Formulación matemática (3)

- Restricciones de gestión de riesgo



Para el caso discreto, puede formularse linealmente como:

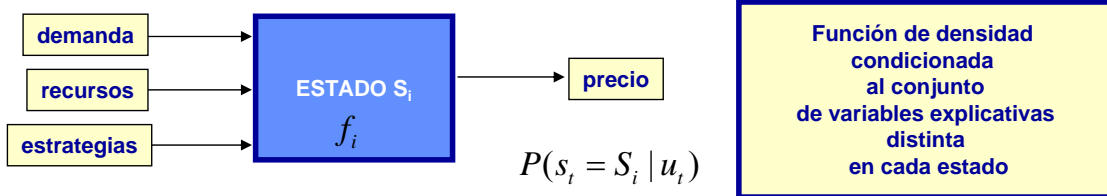
$$\zeta - \frac{\sum_{n \in N} \rho_n \cdot B_n^-}{1 - \delta} \geq CVaR_{\min}$$

$$B_n^- \geq \zeta - B_n, \forall n$$

$$B_n^- \geq 0, \forall n$$

# Escenarios de precios: modelo IOHMM

- Se supone que el mercado evoluciona a lo largo del tiempo a través de ciertos **estados del mercado** que quedan definidos por la interacción entre:
  - Demanda del sistema
  - Recursos disponibles
  - Estrategias de los participantes
- En cada estado se establecen relaciones distintas de estas variables con el precio

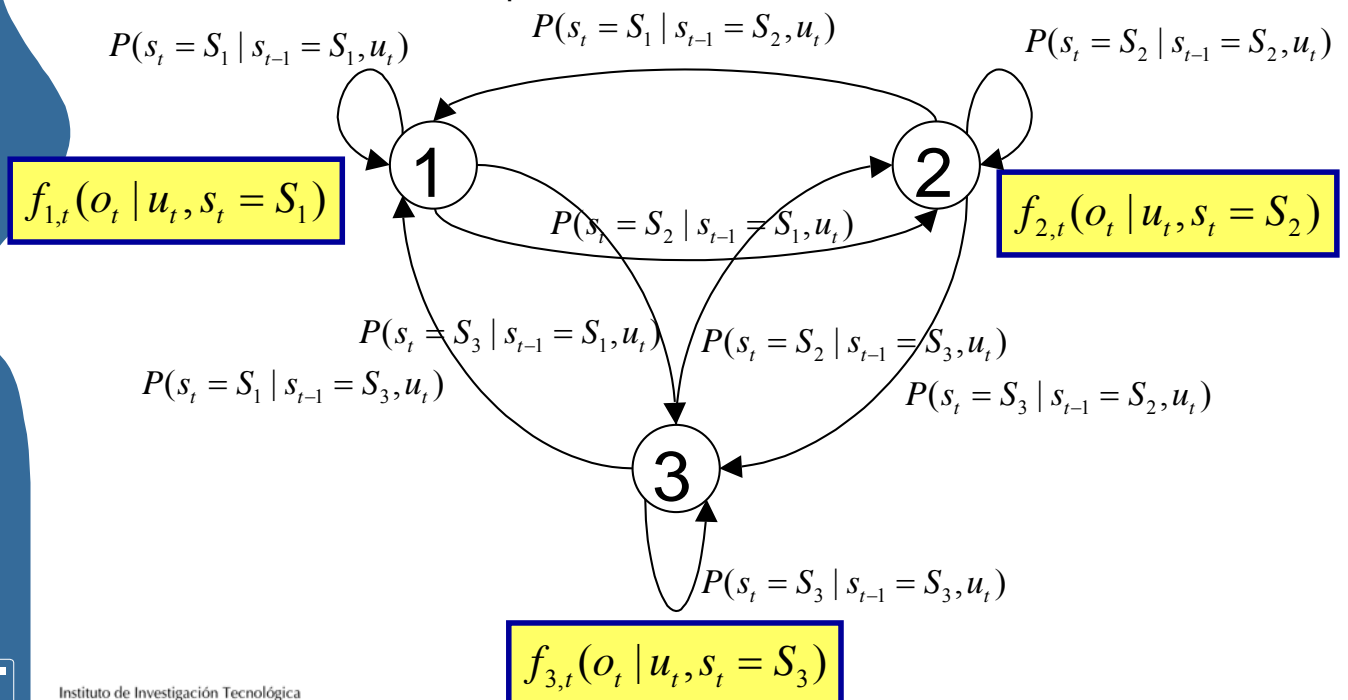


- En cada instante de tiempo, estas variables también condicionan la probabilidad de cada estado

Probabilidad de estados condicionada a un conjunto de variables explicativas

# IOHMM

- Dos mecanismos mutuamente interrelacionados: Cadena de Markov y funciones de densidad probabilistas



# Arquitectura IOHMM

- Núcleo fundamental de la arquitectura

$$f(o_t | u_1^t) = \sum_{i=1}^n \underbrace{P(s_t = S_i | u_1^t)} \cdot \underbrace{f(o_t | s_t = S_i, u_t)}$$



Probabilidad de que en el instante t el sistema se encuentre en el estado Si condicionado a la serie de serie de variables explicativas

Estimación de la salida en el instante t condicionado al estado y al conjunto de variables explicativas en ese instante

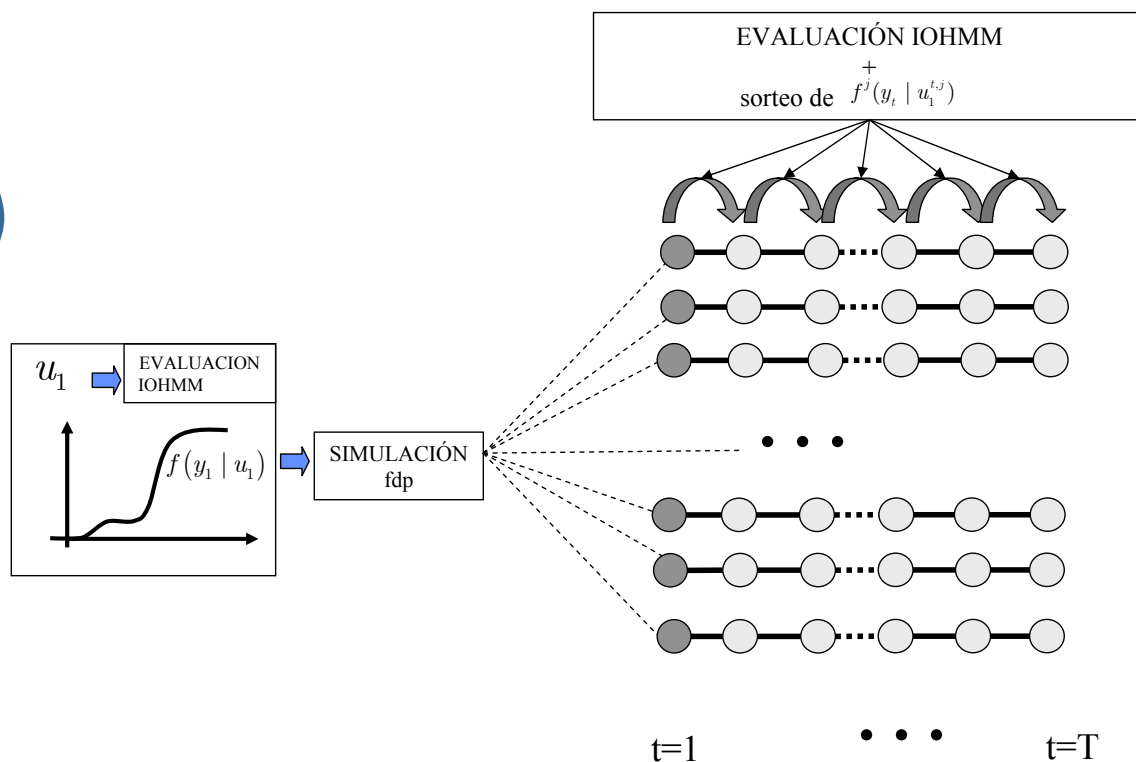
**INDEPENDIENTE DEL PROCESO DE EMISIÓN DE OBSERVACIONES**

**DADO EL ESTADO, ES INDEPENDIENTE DEL PROCESO QUE HA DADO LUGAR ÉL.**



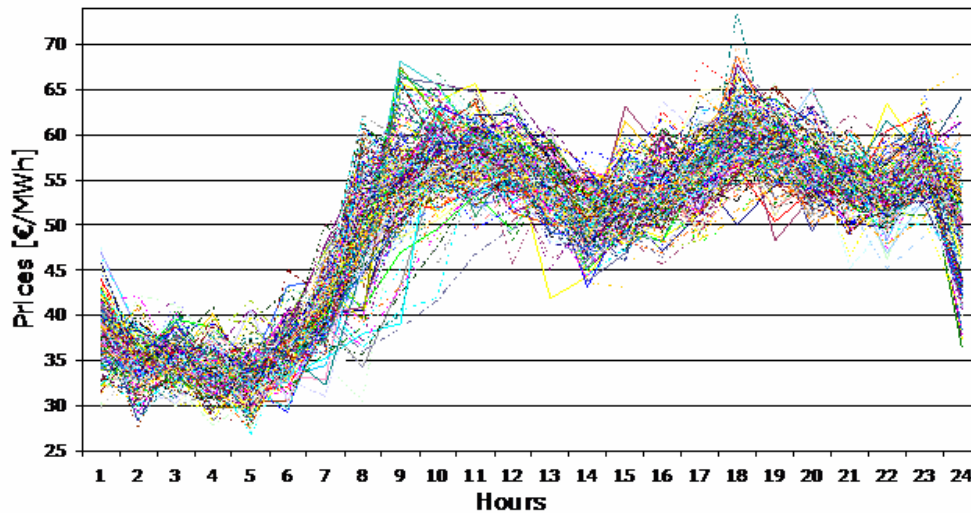
Permite representar una arquitectura modular y distribuir las tareas de aprendizaje

# Generación escenarios IOHMM enfoque simulación (I)



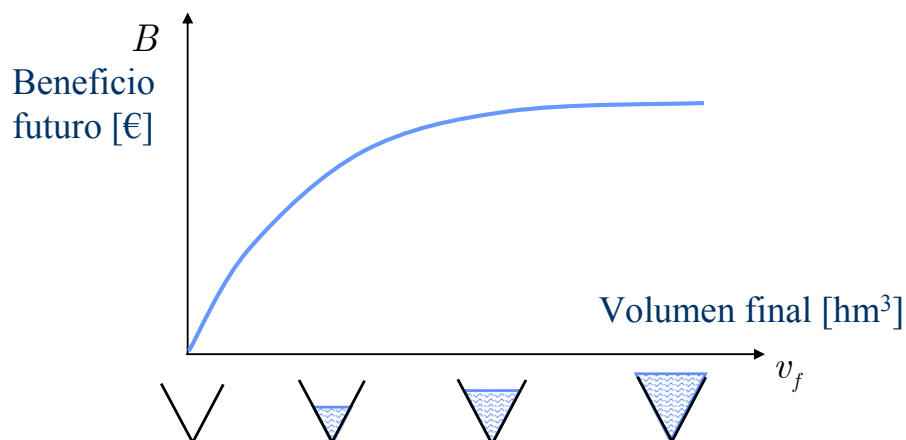
## Escenarios de precios

- Tras el ajuste del modelo IOHMM, se han generado 250 escenarios de precios equiprobables:

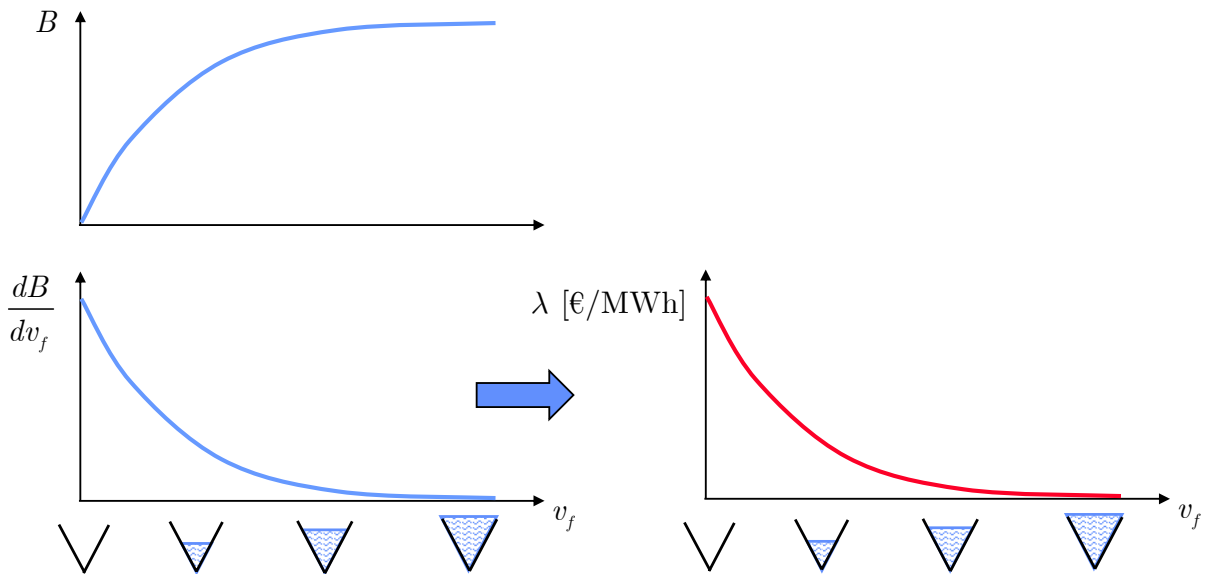


## Procedimiento heurístico: un embalse, monoperíodo

- Supóngase que se tiene un único embalse. En función de cómo se deje el embalse al final del día, se dispondrá de más o menos energía en el futuro, que tendrá asociado un beneficio:

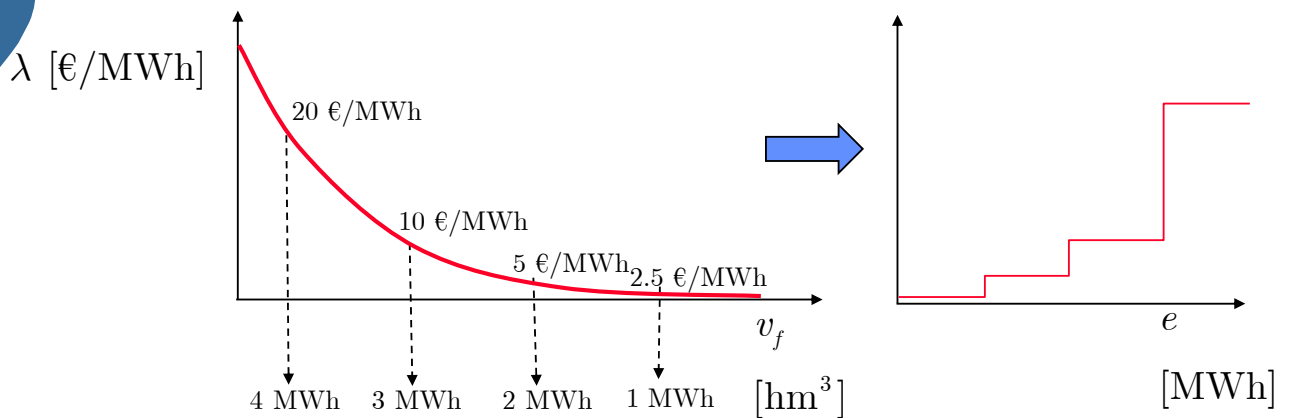


# Curva de valor del agua

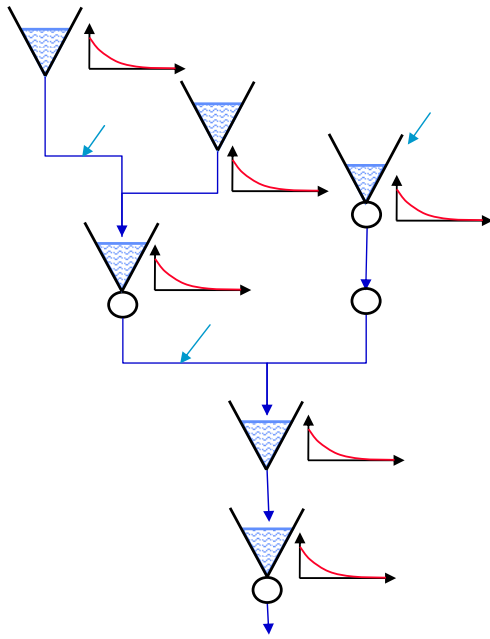


# Construcción de la curva en el caso monopériodo

- Dependiendo del volumen inicial y de las aportaciones, en función de cómo se deje el embalse al final del día, se habrá producido una mayor o menor energía. Esta energía podría ofertarse al valor indicado por la curva. Por ejemplo:



## Construcción de las curvas de oferta

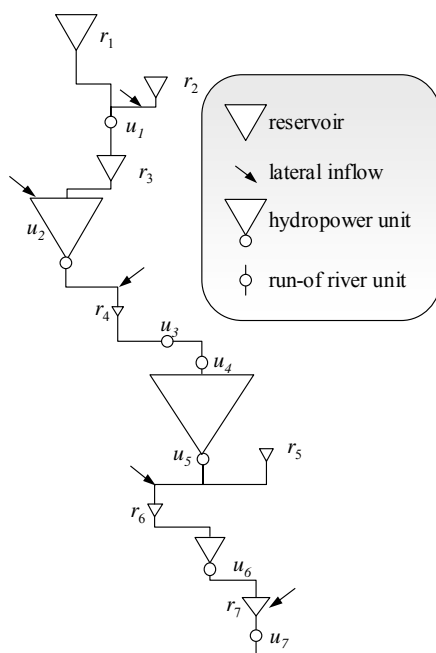


- Seleccionar un valor de  $\lambda$
- Dado ese valor de  $\lambda$ , obtener la consigna final para cada embalse a partir de las curvas de valor de agua de cada embalse  $v_i^f = v_i(\lambda)$
- Resolver el problema de programación horaria mostrado anteriormente fijando esa consigna final.
- Modificar el valor de  $\lambda = \lambda + \varepsilon$
- Repetir el proceso, imponiendo restricción de monotonicidad

$$p_{ik} \geq \underline{p}_{ik}^* \quad \forall i, \forall k$$

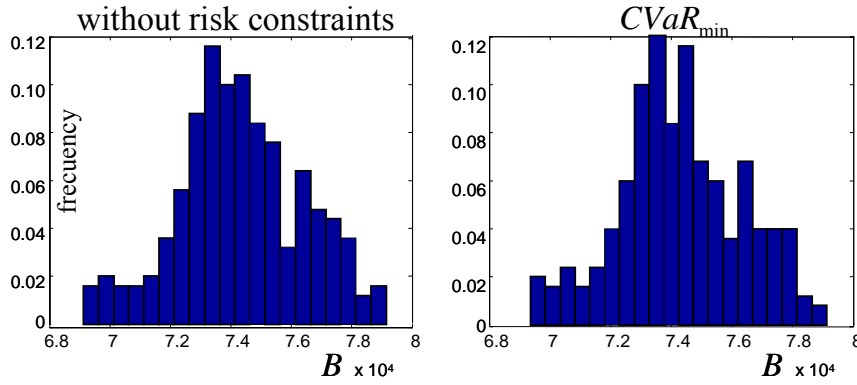
## Caso ejemplo

- Se ha probado el modelo con un caso ejemplo ficticio pero de tamaño realista:



- Se han considerado curvas de valor de agua lineales, variando de 55.0 a 5.0 €/MWh donde el primer valor corresponde a una condición de volumen final (hm<sup>3</sup>) un 1% menor
- Se ha ejecutado el modelo de dos formas:
  - Sin ninguna restricción de riesgo
  - Con una restricción de mínimo CVaR 95% = 70.000 €

# Resultados: histogramas de los beneficios

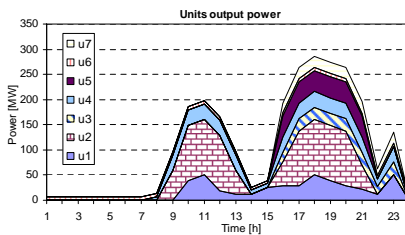


# Resultados: programaciones horarias

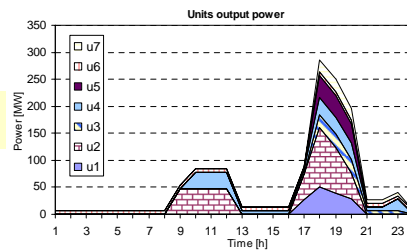
- Reservas finales bajas

- Reservas finales altas

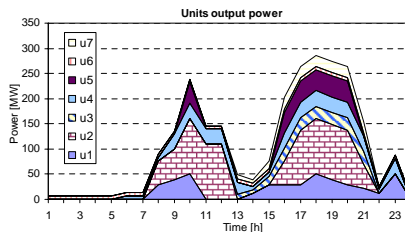
Sin CVaR



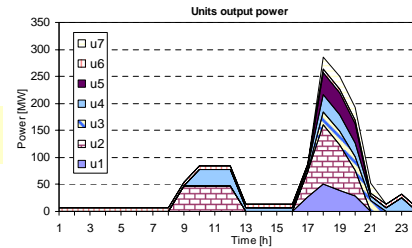
Sin CVaR



Con CVaR



Con CVaR

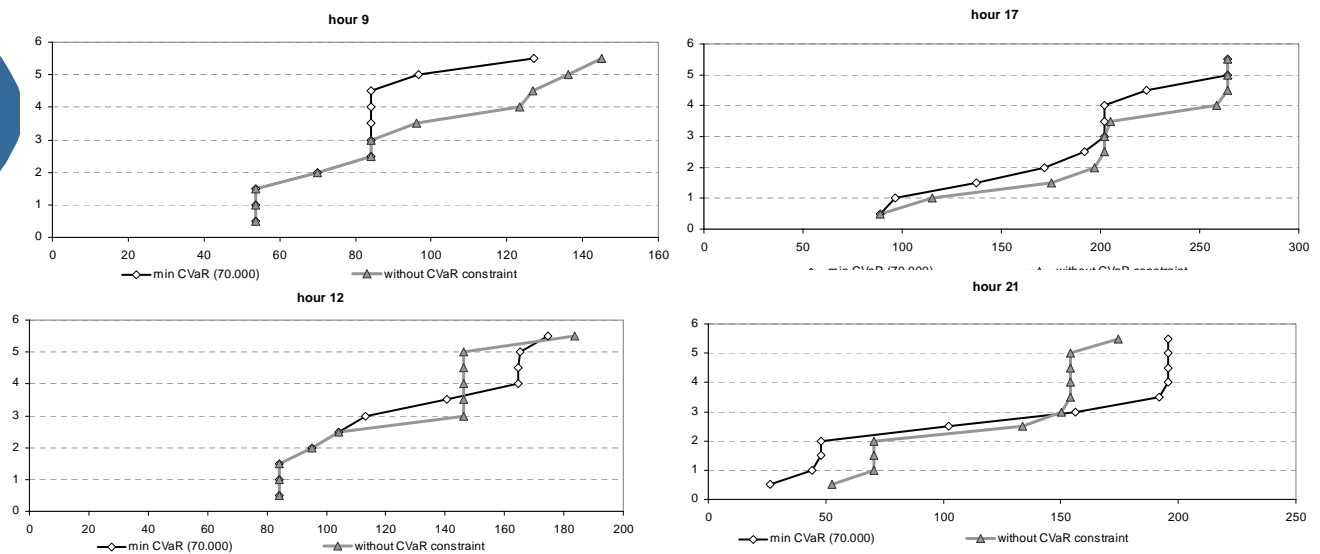


↓  
Cuando las reservas finales son las menores, hay una mayor energía disponible y su colocación a lo largo de las 24 horas es diferente si se introduce el CVaR



## Resultados: curvas de oferta

- Algunos ejemplos de curvas de ofertas obtenidas



## Conclusiones

- El modelo presentado aquí es especialmente indicado para sistemas formados por muchos pero pequeños embalses, donde la política diaria de explotación puede influir en la energía a oferta cada hora.
- El modelo puede ayudar a la empresa generadora en su toma de decisiones para determinar la operación óptima en el corto plazo.
- Si se fija el volumen final, se obtiene un programa factible horario que incorpora un criterio de aversión al riesgo.
- Tomando como núcleo ese modelo de explotación, se ha propuesto un procedimiento heurístico para construir la curva de oferta.
- Hay que estudiar cómo afecta empezar con un valor u otro de  $\lambda$ .
- ¿Cómo tratar el caso de superficies de valor de agua donde en vez de curvas individuales (reservas de todos los embalses y beneficio futuro sea agregado)?